

Sujet de Mathématiques DEF 1974

I-Algèbre :

On considère les polynômes

$$A(x) = (9x^2-1)(2x+3) - (4x^2-9)(3x+1) ;$$

$$B(x) = (x^2-4)(3x-1) - (9x^2-1)(x+2)$$

1°) Mettre $A(x)$ et $B(x)$ sous la forme de produit de polynômes du 1^{er} degré.

2°) Soit la fonction rationnelle G telle que $G(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$. Quel est l'ensemble de définition de E de la fonction G ? Montrer que $G(x)$ après simplification peut s'écrire $G'(x) = \frac{1+3x}{1-3x}$. Quel est l'ensemble de définition de G' ?

II-Géométrie :

Dans un repère quelconque du plan les points A ; B ; C ont respectivement pour coordonnées $A(1 ;3)$, $B(-2 ;1)$, $C(3 ;1)$.

1°) Placer les points A ; B et C dans le repère

2°) Calculer les coordonnées de K milieu de $[AC]$

3°) Calculer les composantes du vecteur \overline{BC}

4°) Soit le point B' de coordonnées $(x ;y)$. Calculer en fonction de x et y les composantes de $\overline{AB'}$. Déterminer les coordonnées de B' telles que $\overline{BC} = \overline{AB'}$

5°) Nature du quadrilatère $ABCB'$. Montrer que K est le milieu de $[BB']$.

Sujet de Mathématiques DEF 1977

I-Algèbre

A] Soit le polynôme $f(x) = (2x-3)(3x+5) - (2x-3)(2x+5) - (6x-9)$

1°) Développer et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

2°) Calculer $f(3)$

B] On considère l'application polynôme g définie par $g(x) = x^3 + x^2 + ax + b$ où a et b sont des nombres réels.

1°) Déterminer a et b sachant que $g(-1) = 0$ et $g(2) = 0$.

2°) Factoriser le polynôme $f(x) = x^3 - 4x + x^2 - 4$.

Résous dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = 0$.

II-Géométrie

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère les points A (4 ; 3) ; B (-2 ; 5) ; C (-2 ; -15)

1°) Trouver une équation de chacune des droites (AB) ; (AC) et (BC)

2°) Calculer les normes des vecteurs : $\|\vec{AB}\|$; $\|\vec{AC}\|$; $\|\vec{BC}\|$. Détermine la nature du triangle ABC.

3°) Soient P et Q les milieux respectifs des segments [AB] et [BC] ; écrit une équation de la droite (PQ). Que peut-on dire des droites (PQ) et (AC) ?

4°) Les points K(2 ; -3) et M(-1 ; -2) appartiennent-ils à la droite (AC) ?

5°) Démontre que les trois points P ; M et Q sont alignés.

Sujet de Mathématiques DEF 1978

I-Algèbre

Exercice 1

Un champ rectangulaire a un périmètre de 24cm. Calcule la longueur et la largeur sachant que leurs mesures en mètres sont proportionnelles à 7 et 5.

Exercice 2

Trace dans un repère orthonormé les droites d'équations : $x+y = 4$ et $x-5y + 5 = 0$.

En déduire la solution du système
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - 5y + 5 = 0 \end{cases}$$

Exercice 3

On donne la fonction h définie par $h(x) = (16x^2 - 9)^2 - 25(4x + 3)^2$

a) Développe, réduis et ordonne $h(x)$.

b) Mets $h(x)$ sous la forme d'un produit de facteur du 1^{er} degré.

c) Calcule $h\left(\frac{1}{2}\right)$.

II-Géométrie

On considère un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et les points A ; B ; C et D définis par : $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{OB} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{OC} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{OD} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

1°) Place les points A ; B et C dans le repère.

2°) Déterminer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère (ADBC) soit un parallélogramme. Quelle est la nature de ce parallélogramme ?

3°) Soit I le milieu du segment [CD]. Trace le cercle de centre I dont tu détermineras le rayon. Calcule l'aire du cercle (on prendra $\pi = 3,14$).

Sujet de Mathématiques DEF 1979

I-Algèbre

1°) Calcule $\sqrt{144}$; $\sqrt{0,0064}$; $\sqrt{81}$; $\sqrt{4900}$.

2°) Simplifie les expressions suivantes

a) $A = \sqrt{32} + 3\sqrt{8} - \sqrt{72} - 2\sqrt{128}$

b) $B = \sqrt{180} - \sqrt{245} + \sqrt{320} - \sqrt{125}$

c) Effectue les produits suivants :

$E = (3 + 2\sqrt{3})(3 - 2\sqrt{7})$; $F = (3x+5)^2$ et $G = (2\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} - 5)$.

d) Factorise l'expression suivante :

$H(x) = (2 - x)(3x + 5) - 3(2 - x) + 8(2 - x)$

e) Trouve deux nombres x et y proportionnels à 7 et 3 ; la somme des deux nombres est égale à 84.

II-Géométrie

A]

1°) Soit ABC un triangle. Construis l'image des points B et C par la translation de vecteur \overrightarrow{AC} . L'image de B est B' et l'image de C est C'.

2°) Trouve l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BB'}$.

B] Soit un triangle EFG. On désigne par M, N et O les milieux respectifs des côtés [EF] ; [FG] et [EG]. Soit la symétrie de centre O. le point A est le symétrique de M ; le point B est le symétrique de N.

Démontre que le quadrilatère MNAB est un parallélogramme.

Sujet de Mathématiques DEF 1980

I-Algèbre

1°) On donne les réels $A = 2\sqrt{3} + 2$ et $B = 2\sqrt{3} - 2$.

a) Calcule A^2 ; B^2 ; $A - B$.

b) Rends rationnel le dénominateur de $\frac{A}{B}$ puis donne sa valeur approchée au millièmè près. (On prendra $\sqrt{3} = 1,7320$).

2°) Trouve $a \in \mathbb{N}$ dans les cas suivants :

$5^a \times 25 = 125$; $9^{3a} = 3^{12}$; $(7^a)^3 = 1$; $\frac{13^{a-4}}{13} = 169$.

3°) Factorise

a) $6x^2 + 60x + 150$; $4x^2 - 49$

b) $(5x - 10)(x + 3) - 3(x^2 - 4)$

c) $12x^3 - 16x^2 - (3x - 4)$

II-Géométrie

1°) O ; A et B sont trois points non alignés du plan.

a) Construis les points C et D images respectives de A et B par la symétrie de centre O. $S_O(A) = C$ et $S_O(B) = D$.

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD. Justifie ta réponse.

c) Complète $t_{\overline{AB}}(D) = \dots\dots\dots$; $t_{\overline{CD}}(O) = \dots\dots\dots$.

2°) Le rayon d'un cercle est 35mm. En posant $\pi = 3,14$.

a) Complète le tableau suivant :

Arc	α	β	θ
Mesure de la longueur de l'arc en cm		13,5	
Mesure de l'arc en degrés	50°		75°

b) Exprime en radians et en grades les mesures des arcs α ; β et θ .

Sujet de Mathématiques DEF 1981

I-Algèbre

1°) Résoudre par le calcul le système d'équations du 1^{er} degré à deux inconnues

suivants : (I) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = -3 \end{cases}$

2°) On considère les applications f et g telles que : $f(x) = x + 1$ et $g(x) = -\frac{3}{2}x - 3$.

a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $f(x) = g(x)$

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f(x) < g(x)$. (Faire la représentation graphique du b)).

3°) Trace dans un repère orthonormé les droites d'équations :

$$x - y = 1 \text{ et } 3x + 2y = -3.$$

En déduire le couple solution du système (I).

II-Géométrie

Soient les points A (-1 ; 2) ; B (3 ; -2) ; C (5 ; -1) du plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Place ces points dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

2°) Calculer les coordonnées du point D défini par : $S_{AB}(C) = D$.

3°) Calculer d (A ; D) et d (B ; C)

4°) Chercher une équation de la droite ayant \overrightarrow{AB} comme vecteur directeur et passant par le point P(2 ;5) et une équation de la droite perpendiculaire à (BD) passant par P.

5°) Chercher une équation de la droite passant par le point C et le milieu de [AP].

Sujet de Mathématiques DEF 1982

I- ALGÈBRE

1°) Complète le tableau numérique ci-dessous

x	-0,3	0,025	0,25	0,275	0,3	1,6	2	0,35
x ²	0,09					2,56		
x ³				0,020796875			8	0,042875

On donne les polynômes A(x) et P(x) suivantes

$$A(x) = x^2 + 0,05x - 0,075 ; P(x) = x^3 - 1,55x^2 - 0,155x + 0,12$$

2°) Calculer P (0,25) ; P (- 0,3) ; P (1,6) ; A (0,25) ; A (- 0,3) ; A (0,3).

3°) Ecrire A(x) sous forme d'un produit de deux facteurs du premier degré.

Résoudre l'équation A(x) = 0.

4°) Trouver le réel a (sous forme décimale) tel que P(x) = (x-a)A(x). En déduire l'écriture de P(x) sous forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.

Résoudre l'équation P(x) = 0.

5°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé. Tracer les droites d'équations : $y - x - 1 = 0$ et $y - x + 0,25 = 0$. Résoudre graphiquement le système

$$\text{d'inéquations } \begin{cases} y - x - 1 < 0 \\ y - x + 0,25 > 0 \end{cases}$$

II- GÉOMÉTRIE (Les questions A et B sont indépendantes)

A)- Le plan est Euclidien, l'unité de longueur est le centimètre.

On donne une droite (D) dans le plan. Tracer (D).

1°) Placer un point E distant de 3cm de (D). Tracer un cercle de centre E et de rayon 3. Quelle est la position de ce cercle par rapport à (D) ?

2°) Trouver l'ensemble des points du plan centres de cercles tangents à (D) et de rayon 3. Construire cet ensemble.

B- Le plan est maintenant rapporté à un repère orthonormé dont les axes sont $x'ox$ et $y'oy$.

1°) Placer le point A sur $x'ox$ tel que $\overline{OA}=1$. Construire un cercle (\mathcal{C}) de centre I de rayon 3, passant par A et tangent à $y'oy$. On expliquera la construction au moyen du compas et de la règle. B est le 2^{ème} point de rencontre de (\mathcal{C}) avec $x'ox$. Quelles sont les coordonnées de B ?

2°) Calculer la distance de I à $x'ox$.

3°) H est le point de contact de (\mathcal{C}) et de $y'oy$. Montrer que les triangles OAH et

OHB sont semblables. En déduire que \widehat{OHA} et \widehat{OBH} ont même mesure.

Sujet de Mathématiques DEF 1983

I- ALGÈBRE

Soient les deux fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = (3x + 2)^2 - (2x + 3)^2$;

$$g(x) = x^2 - 2x + 1$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$.

2°) Mettre sous forme de produits de facteurs du premier degré $f(x)$ et $g(x)$.

3°) Les fonctions rationnelles q et h de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par :

$$q(x) = \frac{f(x)}{g(x)} ; h(x) = \frac{5(x+1)}{x-1} \text{ sont-elles égales ?}$$

4°) Calculer $h\left(-\frac{1}{3}\right)$; $h(2,3)$. Donner à ce dernier nombre une valeur approchée à 10^{-2} près par excès.

5°) Résoudre dans \mathbb{R} les équations $h(x) = 0$; $h(x) = 1$.

II- GÉOMÉTRIE

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on considère les points A ; B et C définies par leurs coordonnées A (3 ; 0) ; B(6 ; 3) ; C $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$

1°) – a) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} en fonction des vecteurs de base \vec{i} et \vec{j} puis le vecteur \overrightarrow{AC} en fonction du vecteur \overrightarrow{AB} .

b) En déduire que les points A ; B et C sont alignés.

2°) Déterminer les coordonnées du milieu M du bipoint (B ; C) puis celle du point D symétrique de O par rapport à M. Quelle est la nature du quadruplet (O,B, D,C) ?

3°) Calculer les distances : d (O, C) ; d (O, D) ; d (C, D). En déduire la nature du triangle OCD.

4°) Soit I la projection orthogonale de O sur la droite (CD). Que représente la droite (OI) pour le segment [CD] ? Déterminer les coordonnées du point I.

5°) Démontrer que les points C, O, A et D appartiennent au cercle de centre I et de rayon d (I , O).

Sujet de Mathématiques DEF 1984

I- ALGÈBRE

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = x^2 - 9 - (2x - 6)(3x - 1) ; \quad g(x) = 5(x - 3)(1 - x)$$

1°) Développer ces deux fonctions et montrer qu'elles sont égales.

2°) Factoriser $f(x)$; trouver les solutions de $f(x) = 0$.

3°) Calculer $f\left(\frac{1}{3}\right)$ et $g(\sqrt{3})$. Pour cette dernière valeur, après avoir trouver la

valeur exacte, on utilisera l'encadrement $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$ pour en donner la valeur décimale approchée à un dixième près.

4°) Résoudre dans l'inéquation $(x - 3)(1 - x) \geq 0$.

5°) Représenter sur une droite (Δ) munie d'un repère $(O ; \vec{i})$ l'ensemble des

images des solutions du système
$$\begin{cases} (x - 3)(1 - x) \geq 0 \\ 2x - 5 \leq 0 \end{cases}$$

II- GÉOMÉTRIE

Soit un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ dans le plan et un point A $(0 ; 3)$

1°) Trouver les coordonnées du point C tel que $\vec{OC} = 3\vec{CA}$

2°) Placer les point B et D de coordonnées respectives $(4 ; 0)$ et $(-4 ; 0)$. Calculer les distances $d(A, B)$ et $d(A, D)$. Comparer les deux distances. En déduire la particularité du triangle ADB.

3°) Calculer les coordonnées du point E tel que A soit le milieu du bipoint (D,E). En déduire la distance $d(D, E)$.

4°) Montrer que les droites (BE) et (DB) sont orthogonales.

5°) Chercher les coordonnées du point F tel que $\vec{BA} = \vec{EF}$. Que remarque-t-on sur la position du point F ? En déduire la nature du quadrilatère ABEC.

6°) a-/ Trouver la valeur du cosinus de l'angle géométrique \widehat{DEB} .

b-/ Donner un encadrement à 10^{-2} près de la mesure en grades de l'angle \widehat{DEB} .

On donne $\cos(58\text{gr}) = 0,6129$; $\cos(59\text{gr}) = 0,6094$; $\cos(58\text{gr}) = 0,5872$.

Sujet de Mathématiques DEF 1985

I- ALGÈBRE

1°) Soit l'application f de \mathbb{R} sur \mathbb{R} par $f: x \mapsto x^2$. Donner les images par f des nombres $+4$; $+1$; $-\frac{7}{4}$; $-\sqrt{3}$; 10^{-2} .

Donner les antécédents par f des nombres : 9 ; 5 ; 0 ; $-\frac{9}{2}$; 10^4 .

2°) Soit l'application g de \mathbb{R} sur \mathbb{R} par $g: x \mapsto x-5$. Calculer $g\left(\frac{-7}{11}\right)$; $g(-\sqrt{3})$

3°) Quelles sont les applications composées h telle que :

$h = f \circ g$ et k telle que $k = g \circ f$. Pour quelle valeur de x les applications h et k ont-elles la même image ?

4°) Soit le polynôme $A(x) = 2x^2 - 50 + (x-5)^2 + (x-5)(3x-8)$.

Effectuer et ordonner $A(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

5°) Quel est l'ensemble de définition de la fonction $x \mapsto \frac{A(x)}{h(x)}$?

Résoudre les équations $\frac{A(x)}{h(x)} = 0$ et $\frac{A(x)}{h(x)} = 1$.

Représenter graphiquement l'application g et l'application $p: x \mapsto 6x-3$

définies dans \mathbb{R} sur \mathbb{R} . Peut-on retrouver sur ce graphique les solutions des deux équations précédentes ?

II- GÉOMÉTRIE

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On y marque le point M connu par ses coordonnées $(-3; 4)$. Soit \vec{v} le vecteur connu par ses composantes $(3; 1)$.

1°) Quelles sont les coordonnées de P défini par $\overrightarrow{MP} = \vec{v}$?

2°) Quelles sont les coordonnées de Q symétrique de P par rapport à O ?

3°) Calculer les distances $d(M, P)$; $d(M, Q)$; $d(P, Q)$.

Quelle est la nature du triangle MPQ ?

4°) Quelles sont les coordonnées du point R qui se transforme en M par la

translation de vecteur \vec{v} ? Quelle est la nature du triangle PQR ?

Quel est le centre I du cercle circonscrit à ce triangle ?

Sujet de Mathématiques DEF 1986

I-Algèbre

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2$ et

$$g(x) = (3x+1)(3x+2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1.$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

2°) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3°) Résoudre dans \mathbb{R} , les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$

4°) On considère la fraction rationnelle $h(x) = \frac{12x^2 + 52x + 16}{(3x+1)(5x+5)}$

a) Donner l'ensemble de définition de $h(x)$ puis simplifier $h(x)$

b) Calculer $h\left(\frac{-2}{3}\right)$ et $h(\sqrt{3}-2)$ puis donner une valeur approchée de $h(\sqrt{3}-2)$ au centième près par défaut.

II-Géométrie

1°) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, place les points A ; B ; C définis par : $\vec{OA} = \vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{OB} = 4\vec{OB} - \vec{j}$; $\vec{OC} = -3\vec{i}$.

2°) Calcule les coordonnées des vecteurs \vec{AB} ; \vec{BC} et \vec{AC} puis déduis $\|\vec{AB}\|$; $\|\vec{BC}\|$ et $\|\vec{AC}\|$. Donne la nature du triangle ABC.

3°) Calcule les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Trouve la longueur du rayon de ce cercle.

4°) Trouve l'équation de la droite (Δ) passant par A et perpendiculaire à la droite (AK). Quelle est la position de cette droite (Δ) par rapport au cercle ?

Sujet de Mathématiques DEF 1987

I-Algèbre

1°) a) Calculer $A = 3 \times (1 - 0,8)$; $B = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{3}$ (on donnera B sous forme d'une fraction irréductible)

b) Lorsque $a = -1$ et $b = 7$, calculer la valeur de $c = a - \frac{2}{b}$.

c) Soit $D = 7\sqrt{3} + \sqrt{75} - 2\sqrt{243}$. Écrire D sous la forme $p\sqrt{3}$, p entier relatif

d) Soit $E = (3\sqrt{2} - 5)(4 - \sqrt{2})$. Écrire E sous la forme $m + n\sqrt{2}$, m et n étant des entiers relatifs.

2°) On donne : $p(x) = 3(4x-3)^2 - 2(4x-3) + (4x-3)(4x+3)$

$$g(x) = 16 - 9x^2 - (2-x)(3x-4) \quad ; \quad f(x) = 3x^2 - 2x + 7.$$

a) Développer, réduire et ordonner $p(x)$ et $g(x)$

- b) Factoriser $p(x)$ et $g(x)$
- c) Pour quelles valeurs de x $p(x)$ est nulle ; $g(x)$ est nulle
- d) Calculer $f\left(-\frac{1}{2}\right)$; $f(2-\sqrt{3})$.

II-Géométrie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, placer les points :

A (8 ; 4) ; B (7 ; 1) ; C (-1 ; 7).

1°) a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overline{AB} , \overline{AC} et \overline{BC} .

b) Calculer les distances AB ; AC ; BC.

c) Quelle est la nature du triangle ABC ?

2°) Déterminer une équation de la droite (BC)

3°) Soit H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC)

a) Déterminer une équation de la droite (AH)

b) Calculer les coordonnées du point H.

4°) a) Soit E le milieu de [AC], calculer les coordonnées de E.

b) Soit H' le symétrique de H par rapport au point E. Calculer les coordonnées de H'.

c) Quelle est la nature du quadrilatère HAH'C ?

Sujet de Mathématiques DEF 1988

I-Algèbre

Soient deux polynômes $f(x)$ et $g(x)$.

$$f(x) = (4x-1)^2 - (x+3)^2 \text{ et } g(x) = 25x^2 - 4 - (5x+2)(4x-7)$$

1°) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

2°) Résoudre dans \mathbb{R} , les équations $f(x) = 0$; $g(x) = 0$.

3°) Soit la fonction rationnelle définie par $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

a) Indique l'ensemble de définition de $q(x)$

b) Calculer si possible $q\left(\frac{4}{3}\right)$ et $q\left(-\frac{2}{5}\right)$

c) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $q(x) = \frac{5}{8}$.

II-Géométrie

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on considère les points A(-2 ; 3) ; B(3 ; 6) ; C(1 ; -2) et D(-4 ; -5).

- 1°) Montrer que les bipoints (A ;B) et (D ;C) sont équipollents, en déduire la nature du quadruplet (A,B,C,D).
- 2°) Calculer les coordonnées du point E tel que B soit le milieu du bipoint (A;E). Calculer les coordonnées du point F tel que le quadruplet (A,E,F,D) soit un parallélogramme.
- 3°) Montrer que les droites (DF) et (AC) sont perpendiculaires. Comparer la distance de A à C et celle de C à F. En déduire la nature du quadruplet (A;B;F;C).
- 4°) Déterminer le cosinus, le sinus et la tangente de l'écart angulaire de l'angle géométrique $A\hat{D}F$.

Sujet de Mathématiques DEF 1989

I-Algèbre

1°) Mettre sous forme de produit de facteur du premier degré les expressions suivantes : $4x^2 - 4x + 1$; $x^2 - 6x + 9$; $x^2 - 1 + x(x+1)$; $(x-1)^2 - 4$.

2°) Soit la fraction $f(x) = \frac{(4x^2 - 4x + 1)[(x-1)^2 - 4]}{(x^2 - 6x + 9)[(x^2 - 1) + 2x(x+1)]}$

- a) Trouver le domaine de définition D_f de la fonction f .
- b) Simplifier $f(x)$
- c) Pour quelle valeur de x , $f(x) = 1$.

3°) Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé, construire dans ce repère les droites D et D' d'équations respectives : $y = 2x - 1$ et $y = x - 3$.

II-Géométrie

Dans le repère orthonormé du plan, on considère les points M(2 ;4) ; N(3 ;5) ; P(-2 ;2).

- 1°) Calculer les composantes des vecteurs \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{MP} , \overrightarrow{PN} puis exprimer les vecteurs sous forme de produits scalaires.
- 2°) calculer les distances $d(M ;N)$; $d(M ;P)$; $d(P ;N)$
- 3°) Soit le point I milieu du segment [MN]. Calculer les coordonnées de I.
- 4°) Trouver une équation de la droite (MN)
- 5°) Trouver une équation de la droite passant par P et parallèle à la droite (MN)
- 6°) Montrer que la droite $(\Delta) : x + y = 2$ est perpendiculaire à (MN).

Sujet de Mathématiques DEF 1990

I-Algèbre

Exercice 1 :

Soit la fonction polynôme k définie par :

$$k(x) = x^3 + ax - 3x^2 + b \text{ où } x \text{ est la variable, } a \text{ et } b \text{ des réels.}$$

- 1°) Déterminer a et b sachant que $k(1) = 0$ et $k(2) = -3$
- 2°) En remplaçant a et b par leurs valeurs ainsi trouvées, factoriser $k(x)$.

Exercice 2 :

Soient f et g des applications de \mathbb{R} dans \mathbb{R} définies par :

$$f(x) = (2x+1)^2 - (x-7)^2 \quad \text{et} \quad g(x) = (x+8)(2x+1) + x^2 + 16x + 64.$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ puis $g(x)$ suivants les puissances croissantes de x .

2°) Factoriser $f(x)$ puis $g(x)$.

3°) Résoudre dans \mathbb{R} les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$

4°) Calculer $f(2\sqrt{5})$ puis $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$ sachant que $2,236 \leq \sqrt{5} \leq 2,237$.

Encadre $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$, déduis-en un encadrement d'ordre 1 de $\frac{1}{12} f(2\sqrt{5})$.

I-Géométrie

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne les points A, B et C définis par $\vec{OA} = 5\vec{i} + 6\vec{j}$; $\vec{OB} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{OC} = -4\vec{j}$.

1°) Écrire les coordonnées des points A, B et C puis placez-les dans le repère.

2°) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} ; \vec{BC} ; \vec{AC} ; en déduire les normes des vecteurs $\|\vec{AB}\|$; $\|\vec{BC}\|$; $\|\vec{AC}\|$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

3°) Déterminer les coordonnées du point D image de C par l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{3}$.

4°) Trouver une équation de la médiatrice de [BC]

5°) Déterminer le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et calculer le rayon de ce cercle.

Sujet de Mathématiques DEF 1991

I- ALGÈBRE

EXERCICE 1 :

Deux entiers naturels distincts sont tels que :

1°) Leur somme diminuée de 3 est égale au double du plus petit des deux nombres.

2°) Le double de leur différence est égal au plus grand des deux nombres augmenté de 1. Trouver ces deux nombres.

EXERCICE 2 :

1°) Factoriser les polynômes

$$A(x) = (x-2)^2 - (2x+3)(x-2) \quad ; \quad B(x) = (2x+5)^2 - (x+7)^2.$$

2°) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$A(x) = 0 \quad ; \quad B(x) = 0 \quad \text{et} \quad A(x) = \frac{1}{3} B(x)$$

II- GÉOMÉTRIE

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Placer les points A et M tels que : $\vec{OA} = 4\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{OM} = 6\vec{i}$

2°) Vérifier que l'équation : $x + 2y - 6 = 0$ est une équation de la droite (AM)

3°) a) Le point B (3 ; 1) est-il sur cette droite ?

b) Trouver le réel **a** tel que le point C (**a** ; $\frac{1}{2}$) soit sur la droite (AM)

4°) Trouver les composantes d'un vecteur directeur de la droite (AM).

5°) Tracer la droite (Δ) perpendiculaire à la droite (AM) en A et donner une équation de (Δ).

Sujet de Mathématiques DEF 2001

I- ALGÈBRE

I -/ Soit $f(x) = (5 - 2x)^2 - (3x + 1)^2$.

1°) Mets $f(x)$ sous la forme d'un produit de 2 facteurs. Calcule les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$.

2°) Les facteurs sont désignés par y_1 et y_2 .

Représente graphiquement y_1 et y_2 .

3°) Mets $f(x)$ sous la forme d'un polynôme ordonné. Calcule sa valeur pour $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

4°) Rends cette valeur rationnelle.

II- GÉOMÉTRIE

Les points A(2 ; 4), B(-3 ; 1), C(4 ; -8) forment un triangle.

1°) Détermine l'équation de la droite passant par A ; par G(1 ; -1).

2°) Démontre que la droite (AG) coupe [BC] en son milieu.

3°) Démontre que la droite (CG) est une médiane du triangle ABC.

4°) Soit I le milieu de [AC]. Démontre que les points B, G et I sont alignés

Sujet de Mathématiques DEF 2005

I-Algèbre :

Exercice 1 :

Un carré a une longueur 8 cm. Soit x la mesure du côté de ce carré.

- Prouve que : $2x^2 = 64$;
- Donne une valeur approchée à 0,1 cm près de la longueur du côté de ce carré.

Exercice 2 :

Dans un marché Binta a acheté des œufs à 50F l'unité. Sa fille Fifi très turbulente casse 10. Elle revend le reste à 60F l'unité et réalise un bénéfice égal au dixième du prix d'achat des œufs.

- Combien d'œufs Binta a-t-elle acheté ?
- Quel est le bénéfice réalisé ?

Exercice 3 :

On donne : $A = 4\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + \sqrt{16}$.

- Mets A sous la forme $a + b\sqrt{2}$ où a et b sont des entiers relatifs.
- Sachant que $1,41 \leq \sqrt{2} < 1,42$ donne un encadrement de A ;
- Résous l'équation suivante : $\sqrt{x + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}} = 5$.

II-Géométrie

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ on donne les points A ; B ; C définis par : $\vec{OA} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{OB} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$; $\vec{OC} = -\vec{i} - 3\vec{j}$

1°) Place ces points dans le repère et trace les médiatrices Δ et Δ' des segments $[AB]$ et $[AC]$.

2°) Trouve une équation de Δ et une équation de Δ' et détermine les coordonnées de M , point d'intersection de Δ et Δ' .

3°) Montre que le point M appartient à la médiatrice de $[BC]$.

4°) Trace le cercle circonscrit au triangle ABC et calcule son rayon.

Sujet de Mathématiques DEF 2006

I-Algèbre :

Exercice 1 :

On considère le nombre $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

- Soit $\frac{1}{n}$ l'inverse de n ; exprime $\frac{1}{n}$ sous la forme $\frac{a+b\sqrt{5}}{c}$ où a ; b ; c sont des entiers.
- Démontrer que $n^2 - n - 1 = 0$;
- À partir du résultat de a) démontre que $\frac{1}{n} = n - 1$
- Retrouve alors le résultat établi en b).

Exercice 2 :

On considère l'inégalité suivante : $\frac{x+3}{2} + \frac{x-5}{3} \leq \frac{3}{2}$ (1)

- Détermine l'ensemble A des nombres réels qui vérifient (1) ;
- Détermine l'ensemble B des entiers naturels qui vérifient (1) ;
- Détermine l'ensemble C des entiers rationnels qui sont strictement compris entre 9 et -6 et qui ont 2 comme dénominateur et qui vérifient (1)

II-Géométrie

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- On donne le point E(1 ; -1). Place ce point. On considère la droite (Δ) passant par E et de vecteur directeur $\vec{v}(1; -2)$. Trouve une équation de (Δ). Tracer (Δ) . elle coupe l'axe des ordonnées ($y'oy$) en A.
- On appelle (D) la droite passant par A et telle que A soit la bissectrice des angles aigus formés par l'axe des ordonnées et (D). Expliquer la construction géométrique de (D) à l'aide du compas et de la règle. Construire (D) ;
- On appelle G le projeté orthogonal de E sur ($y'oy$). Quelles sont les coordonnées G ?
- H désigne le symétrique de G par rapport à A. Montrer que H appartient à (D). Quelles sont les coordonnées de H ? Trouver alors une équation de (D).

Sujet de Mathématiques DEF 2007

I-Algèbre :

Exercice 1 (4 points)

Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} + 2 \right)$$

$$C = (3\sqrt{5} - 4)(3\sqrt{5} + 4) \quad D = \sqrt{700} - 2\sqrt{112} - \frac{1}{3}\sqrt{63}$$

$$E = \frac{(18 \cdot 10^2)^2 (4,9 \cdot 10^{-3})}{0,042 \cdot 10^3}$$

Exercice 2 : (6 points)

On donne un polynôme $P(x) = (3x + 2)^2 - 4(x - 3)^2$

- Développe, réduis et ordonne $P(x)$.
- Factorise $p(x)$.
- Calcule $P(-2)$ et $P\left(\frac{2}{5}\right)$. Tu donneras les résultats sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.
- Calcule $P(-\sqrt{3})$. En déduis un encadrement d'ordre 2 de $P(-\sqrt{3})$ sachant que $1,732 \leq \sqrt{3} < 1,733$.
- Résous dans IR chacune les équations : $P(x) = 0$ et $P(x) = -32$.

II-Géométrie (10 points)

- Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) place les points A (0 ; -4) B(2 ; -3) et C (-1 ; 3)
- Calcule \overline{AB} ; \overline{AC} et \overline{BC} . En déduis les distances AB ; AC et BC.
- Quelle est la nature du triangle ABC ? Tu justifieras t'a réponse.
- Trouve les coordonnées du point D, translation de A par rapport à \overline{BC} .
En déduis la nature exacte du quadrilatère ABCD.
- Trouve une équation de la droite (AB)
 - Trouve une équation de la droite Δ passant par C et parallèle à (AB).
 - Montre par calcul que le point D appartient à (Δ)
- Soit (C) le cercle de circonscrit au quadrilatère ABCD.
 - Trace C et donne son centre I et son rayon R.
 - Soit un point M (x ; y) appartenant au cercle (C).
Trouve une relation entre les coordonnées x et y de ce point M.

Sujet de Mathématiques DEF 2008

I-Algèbre :

Exercice 1:

a) Décomposer le naturel 320 en produit de facteurs premiers. En déduire $\sqrt{320}$ sous forme $a\sqrt{b}$.

b) On pose : $x = \frac{\sqrt{3+\sqrt{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$; $y = \frac{\sqrt{20-\sqrt{320}}}{\sqrt{5-2\sqrt{5}}}$ vérifie que $4x - y = 0$

Exercice 2 :

Un centre d'examen de 910 élèves compte 60% de garçons et 40% de filles. Le nombre total d'élèves est égal au double du nombre de garçons admis et la moitié du nombre de filles admises. Le nombre de garçons admis est égal au triple de filles admises.

- Trouve le nombre de garçons et le nombre de filles de ce centre.
- Calcule le pourcentage de garçons admis et le pourcentage de filles admises.
- Quel est le pourcentage d'élèves qui ont échoués ?

II-Géométrie :

On donne 3 points non alignés A ; B ; C et on choisit pour repère (A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})

1°) Trouver les coordonnées du milieu D de [AB] et celles du milieu E de [AC]

2°) Soit h un nombre réel. On définit un point M par la relation $\overrightarrow{BM} = h \overrightarrow{BC}$.
Trouve les coordonnées de M et du milieu I de [AM].

3°) Trouve une équation de la droite (DE)

4°) Vérifie que I appartient à cette droite.

5°) On pose maintenant $h = \frac{1}{2}$. Reprendre les coordonnées de M et de I.

Construire le point H tel que ABHC soit un parallélogramme.

Calcule au moins de deux manières différentes, les coordonnées du point H.

Sujet de Mathématiques DEF 2009

I-Algèbre :

Exercice 1 :

Au moment des fêtes de Noël, un client achète six boules et une guirlande dans un grand magasin. Il paie 1 840F CFA. Le client suivant possède une carte de fidélité de ce magasin lui donnant droit à une réduction de 20% sur tous les articles. Il achète cinq boules et cinq guirlandes. En présentant sa carte de fidélité à la caisse, il paie alors 2 500FCFA. Donne le prix d'une boule et celui d'une guirlande.

Exercice 2 :

1°) Détermine trois nombres entiers positifs consécutifs, $(x-1)$; x ; $(x+1)$ dont la somme des carrés est 1 325.

2°) Déterminer les deux nombres relatifs dont le carré du triple est égal à 64.

Exercice 3:

Voici les distances (en km) qui séparent le soleil de trois planètes du système solaire : Vénus : 105×10^6 ; mars : $2 250 \times 10^5$; Terre : $1,5 \times 10^5$. Parmi ces trois planètes, quelle est celle qui est la plus éloignée du soleil. Explique toutes tes démarches.

II-Géométrie :

Exercice 1 :

On considère un cercle (C) de centre O et de diamètre 8cm. I et J sont des points de (C) diamétralement opposés ; K un point de (C) tel que : $JK = 4\text{cm}$.

1°) Précise la nature du triangle IJK. Justifie ta réponse.

2°) Calcule IK. Donner le résultat sous la forme $b\sqrt{3}$ avec b entier.

3°) Préciser la nature du triangle OJK. Justifie ta réponse.

4°) On appelle R le symétrique de K par rapport à la droite (IJ). Démontre que le quadrilatère ROKJ est un losange.

Exercice 2 :

1) a) Le segment [AB] donné. Explique la construction géométrique du triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6\text{cm}$ et $AC = 8\text{cm}$ à l'aide du compas et du rapporteur.

b) Montre que $BC = 10\text{cm}$.

2) a) Placer le point E sur le segment [AB] tel que $BE = 1,5\text{cm}$. Placer le point F sur le segment [BC] tel que $BF = 2,5\text{cm}$

b) montre que les droites (AC) et (EF) sont parallèles.

c) Montre que $EF = 2\text{cm}$.

3) Soit le point B' symétrique de B par rapport à A.

Montre que le triangle BB'C est isocèle en C.

I- ALGÈBRE

EXERCICE 1 :

1- a) Décompose les nombres naturels 320 et 48 en produits de facteurs premiers. En déduire $\sqrt{320}$ et $\sqrt{48}$ sous forme de $x\sqrt{y}$.

b) – Vérifier que le réel $5 - 2\sqrt{5}$ est positif.

2- Écris les réels suivants sous forme de fraction ou de nombre entier relatif.

$$E = \frac{\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{4}} - \sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3+\sqrt{2}} - \sqrt{6}} ; \quad T = \frac{\sqrt{20 - \sqrt{320}} - \sqrt{12 + \sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{3}} - \sqrt{5-2\sqrt{5}}}$$

EXERCICE 2 :

Soient les réels a ; b ; c

1- Développe : $(a+b+c)^2$ et $(a+b+c)^3$

2- Démontre que si $a + b + c = 0$ alors $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

PROBLÈME

Un train est constitué, à l'aller de deux locomotives identiques et de dix wagons-citernes du même modèle et ce train mesure alors 152m de long. Après avoir vidé le contenu de tous les wagons-citernes, on décroche une locomotive et on ajoute deux wagons-citernes vides. Après ces changements, le train ainsi constitué mesure 160m de long. Trouve la longueur d'une locomotive et celle d'un wagon-citerne.

II- GÉOMÉTRIE

PARTIE A :

Soient E, F, G un triangle rectangle en F et soit O le milieu de l'hypoténuse. La

bissectrice de \widehat{FOG} coupe (FG) en I.

1- Démontre que (OI) est parallèle à (EF).

2- Démontre que les angles \widehat{FOI} et \widehat{FEO} ont même mesure.

3- Le point O a pour image T par la symétrie orthogonale d'axe (FG).

Démontre que (FT) est parallèle à (FG) et précise la nature du quadrilatère OGTF.

PARTIE B :

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \overrightarrow{OE}; \overrightarrow{OF})$.

- 1- Trace par rapport à ce repère la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ et place le point A (2 ; 2).
- 2- Construis le point A' tel que la droite (D) soit médiatrice du segment [AA']. Donne une équation de la droite (AA').
- 3- Calcule les coordonnées du point d'intersection H de la droite (AA') et de la droite (D). On appelle B le point d'abscisse 0 de la droite (D).

Sachant que $2,235 < \sqrt{5} < 2,236$. Calcule à 10^{-2} près par défaut les longueurs A'B et BH.

(Prendre le centimètre comme unité de longueur).

N.B : Les deux parties A et B sont indépendantes.

Sujet de Mathématiques DEF 2011

I-Algèbre :

Exercice 1 :

La somme de deux nombres entiers est 320. Si l'on divise le plus grand des deux nombres par l'autre, le quotient est 3 et le reste est 8. Quels sont ces deux nombres.

Exercice 2 :

Soient les nombres réels a et b tels que : $a = \frac{m-1}{2}$ et $b = \frac{m-4}{2}$.

Calculer le nombre réel m pour que :

- 1°) a et b soient opposés.
- 2°) a et b soient inverses.

Problème :

On donne les deux applications f et g définies de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{x-2}{9} - x^3 + 2x^2 \text{ et } g(x) = (7x-3)^2 - 5^2.$$

1°) factorise $f(x)$ et $g(x)$ dans \mathbb{R} puis résous $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$

On considère la fonction rationnelle h définie dans \mathbb{R}^2 par :

$$h(x) = \frac{x^2 - \frac{1}{9}}{f(x)} \text{ et } h(x)$$

- a) Détermine le domaine de définition de h dans \mathbb{R} et puis simplifier $h(x)$.
- b) Calculer $h(\sqrt{3})$;
- c) Résous $g(x) = -16$.

II-GÉOMÉTRIE :

Exercice 1:

Dessine un triangle ABC rectangle en A. soit I le milieu de l'hypoténuse BC. Construis l'image de I_1 par la translation du vecteur \overrightarrow{BA} et l'image I_2 de I par la translation du vecteur \overrightarrow{CA} .
Montre que les points $I_1 ; A ; I_2$ sont alignés.

Exercice 2:

On considère un cercle de centre A et de rayon 5cm. Soit [EF] un de ses diamètres M est un point du segment [AE] tel que $AM = 4\text{cm}$ et P un point du cercle tel que $MP = 3\text{cm}$.

- Représente la figure
- Montre que le triangle AMP est rectangle en M
- Trace la tangente au cercle en F. Cette droite coupe la droite (AP) en T. démontre que les droites (FT) et (MP) sont parallèles
- Calcule la longueur AT.

Sujet1 de Mathématiques DEF 2012

I) Algèbre

Exercice 1

Trouve $a \in \mathbb{N}$ tel que : $2^{4-a} = 1$; $(3^a)^5 = 1$; $9^{3a} = 3^{12}$; $(2^2)^{3a} = 4^6$; $5 \times 5^{a-3} = 25$

Exercice 2

- Développer $(3\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} - 5)$. En déduire une écriture simplifiée du nombre $\frac{-7\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + 5}$.
- Donner un encadrement à 10^{-2} près du nombre $6 - 5\sqrt{2}$ sachant que : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$.

Exercice 3

On donne $a = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ et $b = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$.

On pose : $U = a + b$

- Calculer $a \times b$;
- Calculer U^2 .

Problème :

L'âge d'un père est inférieur de 3 ans à la somme des âges de ses trois enfants. Sachant que les âges du père et de ses trois enfants sont respectivement proportionnels à 15 ; 7 ; 5 ; et 4, trouve l'âge de chacun d'eux.

II) GÉOMÉTRIE

A-/ PARTIE I

Soit A, B, C un triangle isocèle de base [BC] et I le milieu de [BC]. On construit le point Q tel que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IQ}$. Démontre que le quadrilatère ACQB est un parallélogramme puis un losange.

B-/ PARTIE II

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on donne les points A (4 ; 2) ; B(2 ; 6) ; C(-1 ; -3).

- 1- Place ces points et trace les médiatrices (Δ) et (Δ') des segments [AB] et [AC].
 - 2- Trouve une équation de (Δ) et une équation de (Δ') et détermine les coordonnées de M point d'intersection de (Δ) et (Δ').
 - 3- Montre que M appartient à la médiatrice de [BC].
- NB : *Les parties I et II sont indépendantes.*

Sujet 2 de Mathématiques DEF (spécial) 2012

A) Algèbre *Sujet 2*

Exercice 1 (4 points)

Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \qquad B = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} + 2 \right) \qquad C = (3\sqrt{5} - 4)(3\sqrt{5} + 4)$$
$$D = \sqrt{700} - 2\sqrt{112} - \frac{1}{3}\sqrt{63} \qquad E = \frac{(18 \cdot 10^2)^2 (4,9 \cdot 10^{-5})}{0,042 \cdot 10^5}$$

Exercice 2 : (6 points)

On donne un polynôme $P(x) = (3x + 2)^2 - 4(x - 3)^2$

- f) Développe, réduis et ordonne $P(x)$.
- g) Factorise $p(x)$.
- h) Calcule $P(-2)$ et $P\left(\frac{2}{5}\right)$. Tu donneras les résultats sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible.
- i) Calcule $P(-\sqrt{3})$. En déduis un encadrement d'ordre 2 de $P(-\sqrt{3})$ sachant que $1,732 \leq \sqrt{3} < 1,733$.
- j) Résous dans IR chacune des équations : $P(x) = 0$ et $P(x) = -32$.

B) Géométrie (10 points)

- 1) Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) place les points A (0 ; -4) B(2 ; -3) et C (-1 ; 3).
- 2) Calcule \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC} et \overrightarrow{BC} . En déduis les distances AB ; AC et BC.
- 3) Quelle est la nature du triangle ABC ? Tu justifieras ta réponse.

- 4) Trouve les coordonnées du point D, translation de A par rapport à \overline{BC} .
En déduis la nature exacte du quadrilatère ABCD.
- 5) a) Trouve une équation de la droite (AB)
b) Trouve une équation de la droite (Δ) passant par C et parallèle à (AB).
c) Montre par calcul que le point D appartient à (Δ).
- 6) Soit (C) le cercle circonscrit au quadrilatère ABCD.
a) Trace C et donne son centre I et son rayon R.
b) Soit un point M (x ; y) appartenant au cercle (C).
Trouve une relation entre les coordonnées x et y de ce point M.

Sujet de Mathématiques DEF 2013

I ALGÈBRE :

1°) Comparer, d'après leurs carrés les nombres suivants :

$$3\sqrt{5} \text{ et } 2\sqrt{11} ; \sqrt{24} \text{ et } 2 + \sqrt{3} ; \sqrt{5} + \sqrt{7} \text{ et } \sqrt{12 + 2\sqrt{35}}.$$

2°) trois personnes se partagent une somme proportionnellement à 12 ; 15 et 14 ; sachant que la part du troisième vaut 28 000F.

Calcule :

- La part qui revient à chacune des deux autres personnes ;
- La somme à partager.

3°) On donne $f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$.

- a) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ suivant les puissances décroissantes de x ;
- b) Résoudre dans IR, $f(x) = 0$ et $f(x) = \frac{1}{4}$.
- c) Développes $(\sqrt{5} + 1)^2$ et $(\sqrt{5} - 1)^2$. En déduire une expression plus simple de $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ et $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.
- d) Montrer que $f(\sqrt{5}) = \frac{A}{B}$.

II- GÉOMÉTRIE :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On donne les points suivants : A(-2 ; 5) ; B(-2 ; -3) et C($\frac{10}{3}$; 1).

1°) place ces points dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$;

2°) Trouve une équation de la hauteur h_1 issue de B puis une équation de la hauteur h_2 issue de C. Trouve les coordonnées du point H intersection de h_1 et h_2 .

3°) Trouve une équation de la médiatrice de [AC] puis une équation de la médiatrice de [AB]. Quelles sont les coordonnées du centre W du cercle circonscrit au triangle ABC ?

4°) Trouve les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

5°) Démontre que les points W, G, H sont tels que : $2\overrightarrow{WG} = \overrightarrow{GH}$.

Sujet de Mathématiques DEF 2014

I- ALGÈBRE :

On considère les applications : f , g , h définies de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par

$$f(x) = (2x+3)^2 - (x+6)^2 ; h(x) = ax^2 + bx + c ; g(x) = (x+3)(5-x) - h(x).$$

1. Détermine les réels a ; b et c de $h(x)$ sachant que $h(0) = 18$; $h(-3) = 0$ et $h(-1) = -8$. Écris $h(x)$.

2. Développer, réduis et ordonne $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances décroissantes de x .

3. Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

4. Soit la fonction rationnelle q définie par : $q(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition de q et simplifier $q(x)$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} les équations : $q(x) = 0$; $q(x) = -\frac{9}{4}$; $q(x) = \sqrt{3}$.

II- GÉOMÉTRIE :

Exercice 1 :

Construis un triangle ABC dont les côtés mesurent : $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$. Détermine la nature du triangle ABC.

Calcule : $\cos \hat{C}$; $\cos \hat{B}$.

Construis le point H projeté orthogonal sur (BC).

Exercice 2 :

$(O; \vec{i} ; \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

1) Place ces points $A(2 ; 4)$; $B(-2 ; 0)$ et $C(4 ; 0)$.

2) Calcule les coordonnées des points A' et B' respectivement milieu de [BC] et [AC].

3) Trouve une équation de (AA') et une équation de (BB'). En déduis les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

4) Trouve une équation de la médiatrice de [BC] et une équation de la médiatrice de [AC]. En déduis les coordonnées du centre circonscrit au triangle ABC et calcule le rayon de ce cercle.

Sujet de Mathématiques DEF 2015

I- ALGÈBRE :

A) On définit le polynôme $P(x)$ tel que :

$$P(x) = x^2 + (a-b+3)x + 2a - 3b \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

- 1) Calculer a et b sachant que $P(0) = 9$ et $P(1) = 4$
- 2) En remplaçant a et b par leurs valeurs ainsi trouvées, factoriser $P(x)$.

B) On considère les applications polynômes suivantes :

$$A(x) = (x - 5)(3x - 8) + (x - 5)^2 + 2x^2 - 50$$

$$B(x) = (3x - 15)$$

- 1) Développer, réduire et ordonner ces polynômes suivant les puissances décroissantes de x .
- 2) Factoriser $A(x)$ et $B(x)$;
- 3) Résoudre IR les équations suivantes :

$$A(x) = 0 ; B(x) = 0 ; A(x) = B(x) .$$

- 4) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction rationnelle

$$f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$$

- 5) Calculer $f(0)$; $f(\sqrt{2})$.

II-GÉOMÉTRIE:

Dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points A, B, C tels que : $A(0;3)$; $B(6; 3)$ et $C(-3/2; +9/3)$.

- 1) Placer ces points dans le repère puis montrer que A, B, C sont alignés.
- 2) Déterminer les coordonnées du milieu M de $[BC]$ puis celles du point D symétrique de O par rapport à M .
- 3) Calculer les distances : $d(O,C)$; $d(O,D)$; $d(C, D)$, En déduire la nature du triangle OCD ;
- 4) Calculer les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle OCD puis calculer son rayon r .

I-ALGÈBRE

EXERCICE 01 : (4 points)

Calcule et donne le résultat sous la forme la plus simple

$$A = 2 + (2 + \sqrt{2})(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}})(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}) ; B = 2\sqrt{\frac{2}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{8}} ; C = 4\sqrt{\frac{26}{5}} \times \sqrt{\frac{65}{8}}$$

EXERCICE 02 : (4 points)

On considère les polynômes

$$A(x) = (9x^2 - 1)(2x + 3) - (4x^2 - 9)(3x + 1) ;$$

$$B(x) = (x^2 - 4)(3x - 1) - (9x^2 - 1)(x + 2)$$

1°) Mettre A(x) et B(x) sous la forme de produit de polynômes du 1^{er} degré.

2°) Soit la fonction rationnelle P telle que $P(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$. Montrer que P(x) après

simplification peut s'écrire $P'(x) = \frac{1 + 3x}{1 - 3x}$.

Quel est l'ensemble de définition de P' ?

Problème : « les âges de Ali et Boubacar » (2 points)

Ali s'adresse à Boubacar en ces termes « j'ai trois fois l'âge que vous aviez quand j'avais l'âge que vous avez. Quand vous aurez l'âge que j'ai la somme de nos âges sera 98 ans ». Déterminer l'âge de chacune de ces deux personnes.

II- GÉOMÉTRIE : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 1cm).

1°) a) Place le repère les points A (-4 ; 1) ; D (2 ; 7) ; E (0 ; -3).

b) Calcule les distances AD ; AE ; DE et en déduire la nature du triangle EAD

2°) Détermine les coordonnées du point F image du point D par la translation de vecteur \overrightarrow{AE} ;

3°) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle EAD.

a) Détermine les coordonnées du point K, Centre du cercle (C) puis calculer son rayon

b) Montre que le point F appartient au cercle (C) .

4°) Détermine une équation de chacune des droites (AD) et (AE).

5°) Montre que les droites (AD) et (AE) sont perpendiculaires.

Sujet de Mathématiques DEF 2017

I-ALGÈBRE

EXERCICE 01 : (4 points)

Dessine un triangle ABC tels que $AB = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$ et $AC = 3\text{cm}$.

1°) Montre que ABC est un triangle rectangle en A.

2°) Calcule les valeurs suivantes : $\sin(\hat{B})$; $\cos(\hat{B})$; $\tan(\hat{B})$.

EXERCICE 02 : (4 points)

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (4x+5)^2 - (2x-3)^2$ et

$$g(x) = (3x+1)(3x+2) - (x-8)(3x+1) + 9x^2 - 1.$$

1°) Développer, réduire et ordonner $f(x)$ et $g(x)$ suivant les puissances croissantes de x .

2°) Factoriser $f(x)$ et $g(x)$.

3°) Résoudre dans \mathbb{R} , les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$

Problème : (2 points)

Lors d'un spectacle, la famille Niaré, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 165 Euros. Pour le même spectacle, la famille Diarra, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 90 Euros.

1°) Quel le prix du spectacle pour un adulte et le prix du spectacle pour un enfant ?

2°) Combien paiera la famille Diallo, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants ?

II- GEOMETRIE : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 1cm) .

1°) a) Place dans le repère les points A (3 ; 2) ; B (9 ; 5) ; C (1 ; 6).

b) Calcule les coordonnées du point K milieu du segment [AC]

2°) Cherchons les coordonnées du point $D(x_D; y_D)$ afin que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

a) Justifier que les coordonnées de D doivent vérifier les deux égalités suivantes :

$$\frac{9+x_D}{2} = 2 \quad ; \quad \frac{5+y_D}{2} = 4$$

b) Dédire des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis placer ce point.

3°) On considère le point E(7 ; 9).

Le quadrilatère ABEC est-il un rectangle ? Justifier votre réponse.

4°) Détermine la nature du polygone ABED. Calcule les distances : AB ; ED ; AC

5°) Détermine l'aire \mathcal{A} du polygone ABED.

Sujet de Mathématiques DEF 2018

I-ALGÈBRE

EXERCICE 01 : (4 points)

1°) Calculer a ; b ; c dans les proportions suivantes

a) $\frac{a}{4} = \frac{2}{5}$; b) $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{12}$ et $a+b+c = 9$

2°) Simplifier l'écriture de chacun des réels A et B

a) $A = \sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{3 + \sqrt{1}}}}}$. b) $B = 4\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + \sqrt{36}$

EXERCICE 02 : (4 points)

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (x+4)^2 - (2x-1)^2$ et

$$g(x) = (2x-3)(2x+1) - (3-2x)(x+1).$$

1°) Mettre f(x) et g(x) sous forme de produits de facteurs du premier degré.

2°) Résoudre dans \mathbb{R} , les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$

Problème : (2 points)

Le bureau des supporters d'une équipe de football décide de payer un ballon de football à 11900 CFA. Si chaque homme du bureau payait 700 CFA et chaque femme du bureau 500 CFA, il resterait 300 CFA après l'achat du ballon. Mais si chaque homme du bureau payait 500 CFA et chaque femme du bureau 700 CFA, il manquerait 100 CFA pour l'achat du ballon. Quel est le nombre d'hommes et quel est le nombre de femmes qui composent ce bureau ?

II- GÉOMÉTRIE : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 1cm).

1°) Place dans le repère les points A (-1 ; 4) ; B (0 ; -1) ; C (4 ; 5).

2°) Calcule les distances: d(A ;B) ; d(A ;C) ; d(B ;C) et en déduire la nature du triangle ABC.

3°) Déterminer les coordonnées du point I centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

4°) Trouver les coordonnées du point D, image du point B par la translation du vecteur \overrightarrow{AC} .

5°) Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire à la droite (BC). Détermine la nature et l'aire du polygone ABDC.

Sujet de Mathématiques DEF 2019

I-ALGÈBRE

EXERCICE 01 : (4 points)

Soit a et b deux réels tels que $a = 4 - 3\sqrt{3}$ et $b = 3 + \frac{4}{3}\sqrt{3}$

1°) Calculer a^2 et b^2

2°) Montrer que $a^2 + 3b^2 = 86$

3°) On donne $P = \sqrt{43 - 24\sqrt{3}}$; écrire P sous la forme : $m\sqrt{3} + n$ avec m et n deux entiers relatifs.

EXERCICE 02 : (4 points)

Soient les polynômes suivants : $f(x) = (2x+1)^2 - (x-4)^2$ et

$$g(x) = (2x+1)(x+3) - 4x^2 - 2x.$$

1°) Ecrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de facteurs du premier degré.

2°) Résoudre dans \mathbb{R} , les équations $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$.

Problème : (2 points)

Pour cinq melons et deux mangues, Abdoul a payé 760Fr. Alima a acheté pour trois melons et une mangue, elle a payé 440Fr. Quel est le prix d'un melon ? Quel est le prix d'une mangue ?

II- GÉOMÉTRIE : (10 points)

Partie A-

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; I ; J)$ d'unité 1 cm.

1°) Donne une équation de la droite (AB) passant par les points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$;

2°) Donne une équation de la droite (Δ) passant par le point $A(-1 ; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(4 ; 3)$.

3°) On donne le point A du plan et le vecteur \vec{AB} tels que : $A(2 ; -3)$ et $\vec{AB}(1 ; 4)$.

Détermine les coordonnées du point B .

4°) On donne la droite (K) d'équation : $y = -2x + 1$ et la droite (L) d'équation : $4x + 2y - 5 = 0$.

Démontrer que les droites (K) et (L) sont parallèles.

Partie B-

Dans un repère Orthonormé $(O ; I ; J)$, on donne les droites $(D) : y = 2x + 4$ et $(D') : x + 2y - 3 = 0$

1. Démontre que (D) passe par le point $B(-5 ; -6)$ et que (D') passe par $E(5 ; -1)$;
2. Démontre que (D) et (D') sont perpendiculaires en un point A dont on donnera les coordonnées.
3. Calcule les distances AB et AE .
4. Trace (D) et (D') dans le repère $(O ; I ; J)$
5. Démontre que le triangle ABE est un triangle rectangle en A .